Cicloides y Demás

PDF generado usando el kit de herramientas de fuente abierta mwlib. Ver http://code.pediapress.com/ para mayor información.
PDF generated at: Thu, 28 Mar 2013 06:00:43 UTC

Contenidos

Artículos

Hipocicloide 1
Astroide 3
Ruleta (geometría) 4
Trocoide 5
Epitrocoide 6
Hipotrocoide 7
Cicloide 9
Epicicloide 11
Caracol de Pascal 13
Superelipse 13
Concoide 16
Cisoide 17
Cisoide de Diocles 18
Concoide de Nicomedes 19

Referencias

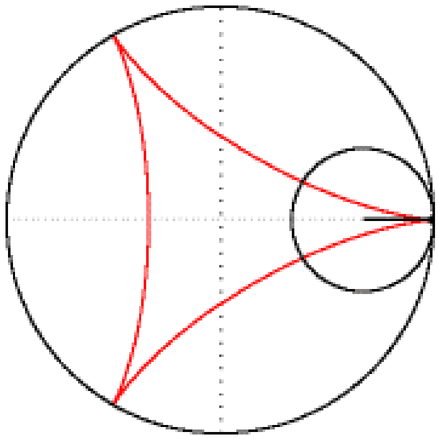
Fuentes y contribuyentes del artículo 20
Fuentes de imagen, Licencias y contribuyentes 21

Licencias de artículos

Licencia 22

Hipocicloide

Una **curva hipocicloide** es la trayectoria descrita por un punto situado sobre una circunferencia generatriz que rueda sin deslizar por el interior de otra circunferencia directriz, sin deslizamiento. Es un tipo de ruleta cicloidal.



Hipocicloide (curva de trazo rojo). Parámetros: R = 3, r = 1, k = 3.

La curva hipocicloide es comparable a la cicloide, donde la circunferencia generatriz rueda sobre una línea directriz (o circunferencia de radio infinito).

Ecuación paramétrica

La ecuación paramétrica de una curva hipocicloide generada por un punto de una circunferencia de radio r_2 que rueda dentro de una circunferencia de radio r_1, es:

$$x = (r_1 - r_2)\sin\alpha \ - r_2 \ \cos\gamma$$
$$y = (r_1 - r_2)\cos\alpha \ - r_2 \ \sin\gamma$$

Pero $\gamma = \alpha + \beta - \pi/2$, además, como la circunferencia rueda sin deslizamiento, los arcos l_1 y l_2 son iguales, es decir: $r_1 \ \alpha = l_1 = l_2 = r_2 \ \beta$. De aquí se tiene que $\beta = \frac{r_1}{r_2}\alpha$

Sustituyendo β y γ en las ecuaciones [1] y [2] se obtiene la ecuación paramétrica de la hipocicloide:

$$x = (r_1 - r_2)\sin\alpha \ - r_2 \ \sin[\alpha(\frac{r_1}{r_2} - 1)]$$
$$y = (r_1 - r_2)\cos\alpha \ + r_2 \ \cos[\alpha(\frac{r_1}{r_2} - 1)]$$

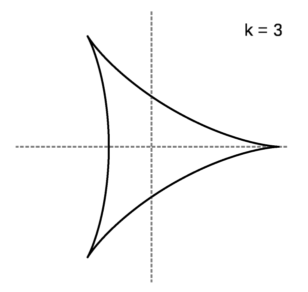
Casos particulares

Cuando $\frac{r_1}{r_2}$ es un número racional, es decir, $\frac{r_1}{r_2} = \frac{p}{q}$, siendo *p* y *q* números enteros, las hipocicloides son curvas algebraicas.

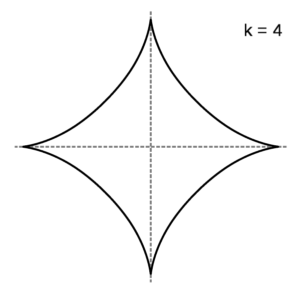
Cuando $r_1 = 4\ r_2$ se tiene la astroide $(x^{2/3}+y^{2/3}=R^{2/3})$

Si $\frac{r_1}{r_2}$ es irracional, la curva es trascendente y da infinitas vueltas dentro de la circunferencia directriz.

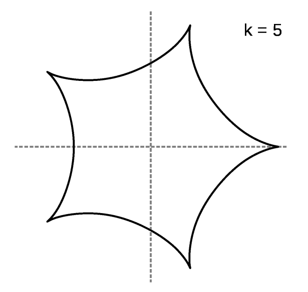
Ejemplos



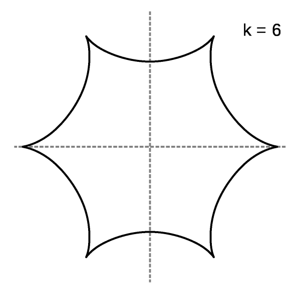
k=3



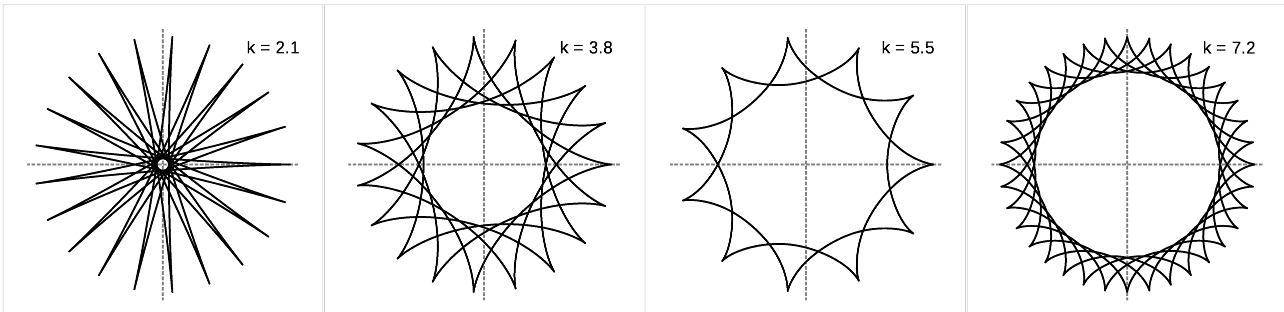
k=4



k=5



k=6



k=2.1 k=3.8 k=5.5 k=7.2

- Las curvas hipocicloides son una clase especial de hipotrocoides, las cuales a su vez son una clase particular de ruleta.
- La hipocicloide de tres puntas se denomina curva deltoide.
- La hipocicloide de cuatro puntas se llama astroide.

Referencias en la Web

- Hipocicloides, en Descartes. [1]
- Hipocicloides, en cfnavarra [2]
- Curvas Técnicas, en tododibujo [3]

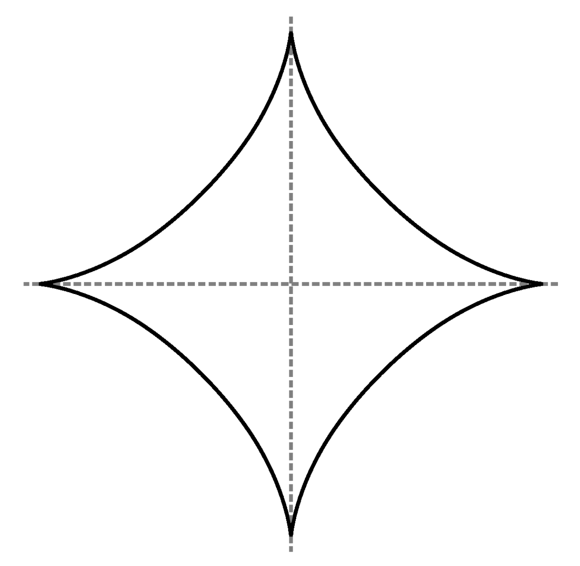
Referencias

[1] http://contenidos.educarex.es/cnice/descartes/Esp/Geometria/Curvas_en_parametricas/clasica3.htm
[2] http://recursos.pnte.cfnavarra.es/~msadaall/geogebra/figuras/tr4hipocicloides.htm
[3] http://www.tododibujo.com/index.php?main_page=site_map&cPath=304_389

Astroide

No confundir con asteroide.

En matemática, un **astroide** es un tipo particular de hipocicloide, una curva con cuatro vértices. Los astroides son también superelipses: todos los astroides son versiones escaladas de la curva especificada por la ecuación: $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$.



Astroide.

Su nombre moderno proviene de "estrella" en griego. La curva tiene varios nombres, incluyendo **tetracúspide** (todavía usado), **cubocicloide**, y **paraciclo**.

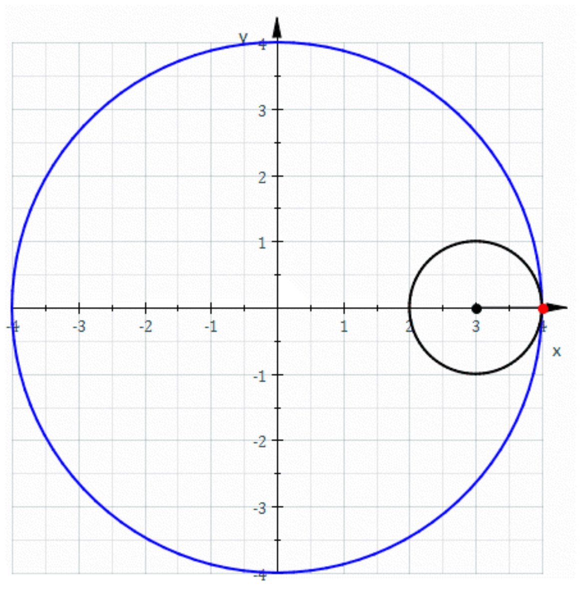
Un punto de una circunferencia generatriz de 1/4 que rueda dentro de una circunferencia directriz de radio 1, traza un astroide.

Si un segmento de longitud igual al radio de la circunferencia directriz con centro en (0, 0), se desliza con un extremo en el eje **X** y otro en el eje **Y**, resulta ser tangente en cada punto de la curva astroide.

Su ecuación paramétrica, para R = 1, es:

$$x = \cos^3 \theta, \qquad y = \sin^3 \theta.$$

Un astroide creado por una circunferencia generatriz rodando dentro de otra de radio R contiene un área igual a $\frac{3}{8}\pi R^2$.



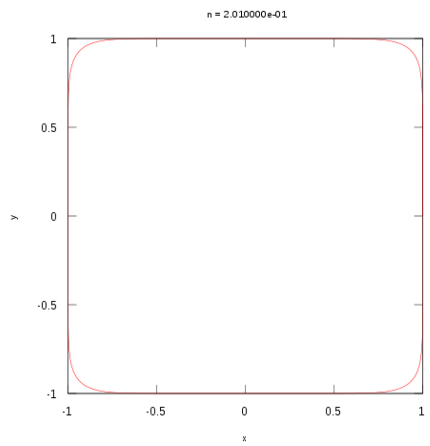
La construcción de un Astroide.

Referencias

- J. Dennis Lawrence (1972). *A catalog of special plane curves*. Dover Publications. pp. 4-5,34-35,173-174. ISBN 0-486-60288-5.

Enlaces externos

- Artículo en MathWord [1]
- Artículo en 2dcurves.com [2]
- Diccionario visual de curvas planas especiales, Xah Lee [3]
- Stoner-Wohlfarth astroid applet (physics) [4]
- Bars of an Astroid [5] by Sándor Kabai, The Wolfram Demonstrations Project.



Animación.

Referencias

[1] http://mathworld.wolfram.com/Astroid.html
[2] http://www.2dcurves.com/roulette/roulettea.html
[3] http://xahlee.org/SpecialPlaneCurves_dir/Astroid_dir/astroid.html
[4] http://www.bama.ua.edu/~tmewes/Java/Astroid/StonerAstroid.shtml
[5] http://demonstrations.wolfram.com/BarsOfAnAstroid/

Ruleta (geometría)

Ruleta, en matemática, se denomina a la curva plana que describe la trayectoria de un punto, vinculado a una curva generatriz C_1, que rueda sobre otra curva directriz C_2, tangencialmente, sin deslizamiento. Tanto C_1 como C_2 son curvas planas.

Si la curva generatriz C_1 (la que rueda) es una circunferencia, se denomina **ruleta cicloidal**.

Familia de ruletas cicloidales

- **Cicloide**: La circunferencia C_1 rueda sobre una recta (C_2)
  - **Cicloide normal**: El punto móvil se halla sobre la circunferencia que rueda.
  - **Trocoide**: El punto móvil se halla sobre un radio (o su prolongación) de la circunferencia que rueda.
    - Trocoide alargada: El punto generador es interior a la circunferencia que rueda.
    - Trocoide acortada: El punto generador es exterior a la circunferencia que rueda.
- **Epicicloide**: La circunferencia C_1 rueda sobre el exterior de otra circunferencia (C_2)
  - **Epicicloide normal**: El punto móvil se halla sobre la circunferencia que rueda.
  - **Epitrocoide**: El punto móvil se halla sobre un radio (o su prolongación) de la circunferencia que rueda.
    - Epitrocoide alargada: El punto generador es interior a la circunferencia que rueda.
    - Epitrocoide acortada: El punto generador es exterior a la circunferencia que rueda.
- **Hipocicloide**: La circunferencia C_1 rueda sobre el interior de otra circunferencia (C_2)
  - **Hipocicloide normal**: El punto móvil se halla sobre la circunferencia que rueda.
  - **Hipotrocoide**: El punto móvil se halla sobre un radio (o su prolongación) de la circunferencia que rueda.
    - Hipotrocoide alargada: El punto generador es interior a la circunferencia que rueda.
    - Hipotrocoide acortada: El punto generador es exterior a la circunferencia que rueda.

Enlaces externos

- Weisstein, Eric W. «Roulette [1]» (en inglés). *MathWorld*. Wolfram Research.
- Curvas Técnicas [3]

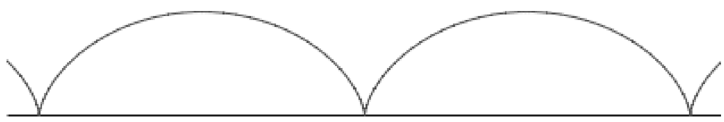
Referencias

[1] http://mathworld.wolfram.com/Roulette.html

Trocoide

Trocoide, en geometría, es la curva plana que describe un punto, vinculado a una circunferencia generatriz, que rueda sobre una línea recta directriz, tangencialmente, sin deslizamiento.

La palabra proviene de la raíz griega *trokos* (rueda), un término ideado por el matemático Roberval (1602-1675).



Una cicloide es un caso particular de trocoide.

En una curva trocoide, el centro de la circunferencia se desplaza paralelamente a la recta directriz.

Las ecuaciones paramétricas de la trocoide, cuando la recta directriz es el eje X, son las siguientes:

$$x = a\theta - b\sin(\theta)$$
$$y = a - b\cos(\theta)$$

donde θ es la variable del ángulo que describe la circunferencia de radio **a**, y la distancia del centro al punto P es **b**.

Dependiendo de donde se encuentra P respecto de la circunferencia generatriz, se llama:

- cicloide acortada, si P se encuentra dentro de la circunferencia generatriz, ($b < a$),
- cicloide común, si P pertenece a la circunferencia generatriz, ($a = b$),
- cicloide alargada, si P está fuera de la circunferencia generatriz, ($b > a$).

Ejemplos

Una trocoide acortada puede ser descrita por el movimiento del pedal de una bicicleta (respecto de la carretera).

Las partículas de agua de las olas, describen un movimiento trocoidal respecto del fondo de mar .

Enlaces externos

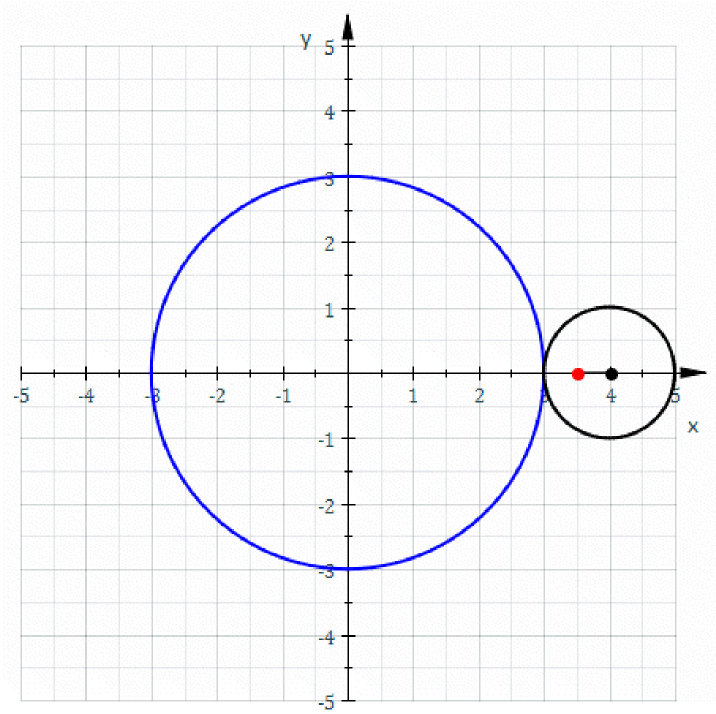
- Trocoides, en temasmatematicos [1]
- Ferréol, Robert; Mandonnet, Jacques, «trochoid [2]» (en francés), *Encyclopédie des formes mathématiques remarquables*.
- Weisstein, Eric W. «Trochoid [3]» (en inglés). *MathWorld*. Wolfram Research.

Referencias

[1] http://temasmatematicos.uniandes.edu.co/Trocoides/paginas/introduccion.htm
[2] http://www.mathcurve.com/courbes2d/trochoid/trochoid.shtml
[3] http://mathworld.wolfram.com/Trochoid.html

Epitrocoide

La **epitrocoide**, en geometría, es la curva que describe un punto vinculado a una circunferencia generatriz que rueda –sin deslizamiento– sobre una circunferencia directriz, tangencialmente.



Epitrocoide (en trazo rojo), circunferencia directriz (en trazo azul), circunferencia generatriz (en trazo negro). Parámetros: a = 3, b = 1 y h = 1/2.

Ecuaciones

Las ecuaciones paramétricas de una curva epitrocoide son:

$$x = (a+b)\cos\theta - h\cos\left(\frac{a+b}{b}\theta\right)$$

$$y = (a+b)\sin\theta - h\sin\left(\frac{a+b}{b}\theta\right)$$

donde a es el radio de la circunferencia directriz, b el radio de la circunferencia generatriz, y h la distancia del punto al centro de la circunferencia generatriz.

Las epitrocoides son una clase general de curvas, entre las cuales encontramos el epicicloide (cuando $h = b$, es decir, cuando la curva queda determinada por un punto de la circunferencia generatriz) y el caracol de Pascal (cuando $a = b$, es decir, cuando los dos círculos tienen el mismo radio).

Son epitrocoides, por ejemplo, las órbitas de los planetas según la teoría geocéntrica de Ptolomeo, o el estátor del motor Wankel.

Enlaces externos

- Weisstein, Eric W. «Epitrochoid [1]» (en inglés). *MathWorld*. Wolfram Research. Consultado el 18 de junio de 2008.

Referencias

[1] http://mathworld.wolfram.com/Epitrochoid.html

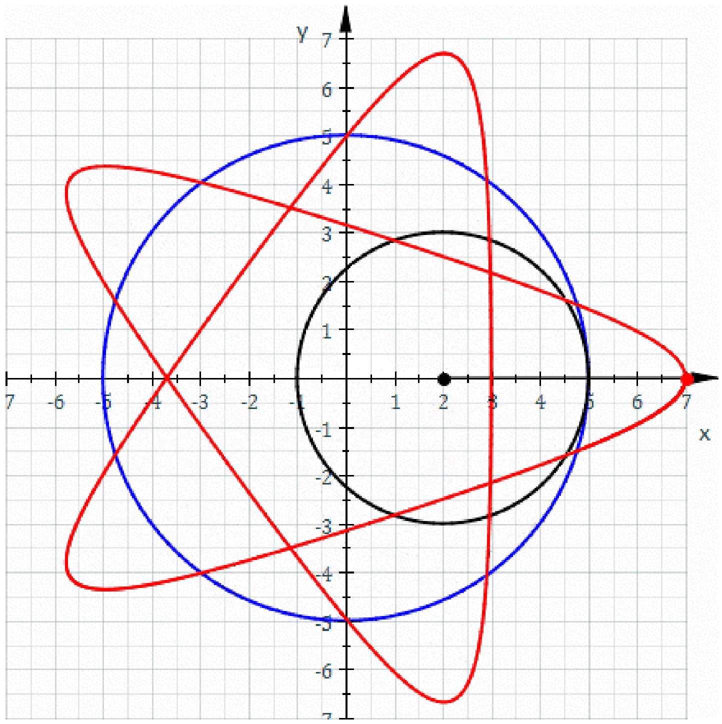
Hipotrocoide

Una **hipotrocoide**, en geometría, es la curva plana que describe un punto vinculado a una circunferencia generatriz que rueda dentro de una circunferencia directriz, tangencialmente, sin deslizamiento.

La palabra se compone de las raíces griegas *hipo hupo* (abajo) y *trokos* (rueda).

Estas curvas fueron estudiadas por Albrecht Dürer en 1525, Ole Christensen Rømer en 1674 y Bernoulli en 1725.

Ecuaciones



Hipotrocoide (en trazo rojo), circunferencia directriz (en trazo azul), circunferencia generatriz (en trazo negro). Parámetros: *R* = 5, *r* = 3, *d* = 5).

Siendo $q = \frac{a}{b}$ (donde $q > 1$) y $d = kb$, con circunferencia directriz de radio *a*, y circunferencia generatriz de radio *b*, y la distancia al centro de la generatriz *d*, la ecuación de la hipotrocoide es:

$z = a = x$ pero x no es igual a A

donde:

$$qz = a[(q-1)e^{it} + ke^{-i(q-1)t}]$$

$$q(x+iy) = a(q-1)\cos(t) + ia(q-1)\sin(t) + ak\cos[(q-1)t] - iak\sin[(q-1)t]$$

Por identificación de las partes reales e imaginarias se obtiene:

$$qx = a(q-1)\cos(t) + ka\cos[(q-1)t];$$

$$qy = a(q-1)\sin(t) - ka\sin[(q-1)t];$$

donde:

$$q = \frac{a}{b} \text{ y } k = \frac{d}{b}.$$

Sabiendo que $a = R$, $b = r$ y $t = \theta$, obtenemos las ecuaciones siguientes:

$$x = (R-r)\cos\theta + d\cos\left(\frac{R-r}{r}\theta\right)$$

$$y = (R-r)\sin\theta - d\sin\left(\frac{R-r}{r}\theta\right)$$

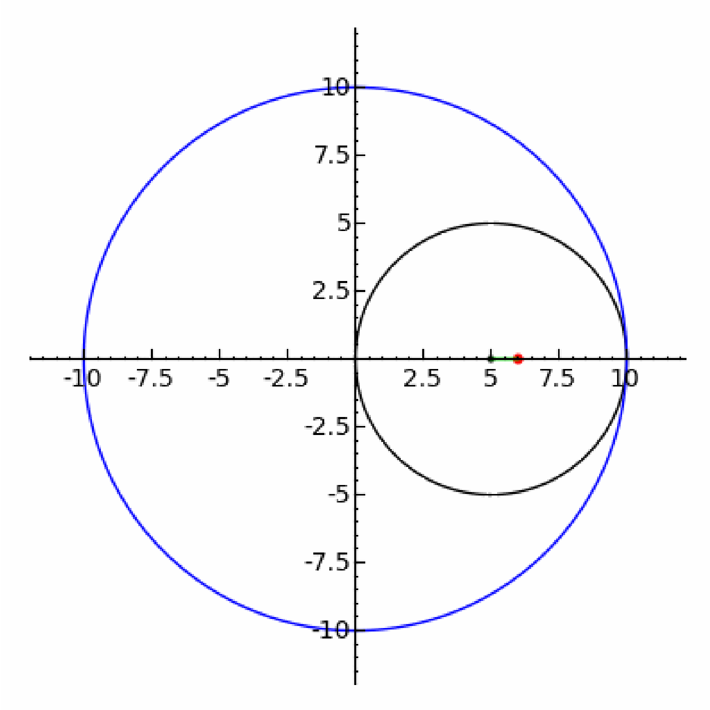
el ángulo θ varía de 0 a 2π.

Las elipses son casos particulares de hipotrocoide, donde $R = 2r$.

Las hipocicloides son casos particulares, donde $d = r$ (el punto fijo de la generatriz)

Enlaces externos

- Weisstein, Eric W. «Hypotrochoid [1]» (en inglés). *MathWorld*. Wolfram Research.
- Ferréol, Robert; Mandonnet, Jacques, «Hypotrochoid [2]» (en francés), *Encyclopédie des formes mathématiques remarquables*.



La elipse como caso particular de hipotrocoide. Parámetros: R = 10, r = 5 = $R/2$, d = 1.

Referencias

[1] http://mathworld.wolfram.com/Hypotrochoid.html
[2] http://www.mathcurve.com/courbes2d/hypotrochoid/hypotrochoid.shtml

Cicloide

Una **cicloide** es una curva generada por un punto perteneciente a una circunferencia generatriz al rodar sobre una línea recta directriz, sin deslizarse.

Historia

La cicloide fue estudiada por primera vez por Nicolás de Cusa y, posteriormente, por Mersenne (monje, amigo de toda la vida de Descartes). Galileo en el año 1599 estudió la curva y fue el primero en darle el nombre con la que la conocemos. Galileo intentó averiguar el área de esta curva sumando diferentes segmentos rectos situados sobre la misma, mediante aproximación. Algunos años después, en 1634, G.P. de Roberval mostró que el área de la región de un bucle de cicloide era tres veces el área correspondiente a la circunferencia que la genera. En 1658, Christopher Wren demostró que la longitud de la cicloide es igual a cuatro veces el diámetro de la circunferencia generatriz.

En 1696 el matemático Johann Bernoulli anunció a la comunidad matemática la solución al problema de la braquistocrona (curva que sigue el descenso más rápido cuando existe gravedad y que es objeto de estudio en el cálculo de variaciones), mostrando que la solución era una cicloide. Leibniz, Newton, Jakob Bernoulli y Guillaume de l'Hôpital, encontraron la solución del problema enunciado por Bernoulli. La cicloide se emplea para resolver el problema tautocrono (Descubierto por Christian Huygens), en el que si despreciamos el rozamiento y si invirtiésemos una cicloide dejando caer un objeto por la misma, por ejemplo una bola, ésta llegará a la parte más baja de la curva en un intervalo de tiempo que no depende del punto de partida.

Entre las demostraciones acerca de sus propiedades se encuentra el matemático René Descartes que obtuvo mediante demostraciones efectivas y elegantes la fórmula de la recta tangente en un punto cualquiera del arco de la cicloide, empleando técnicas que después desarrollaría como la ciencia de la geometría diferencial.

A causa de las continuas disputas entre los matemáticos del siglo XVII la cicloide ha sido denominada "La Elena de los Geómetras", aunque existen opiniones que mencionan esta denominación poética hacia las bellas propiedades de esta curva. Sus propiedades atraen a los matemáticos de la época. En el año 1658 Blaise Pascal lanza un desafío a los matemáticos proponiendo determinar la longitud de un arco de la cicloide así como su centro de gravedad y la superficie del volumen de revolución que engendra el área plana que barre el arco de cicloide al girar, ya sea en torno al eje de las abcisas, o en torno al eje de las ordenadas, o bien, en torno al eje de simetría del arco de cicloide. Fueron muchos los esfuerzos realizados en el siglo XVII para tratar de comprender esta curva y sus propiedades, tanto geométricas como físicas, que han permitido desarrollar un gran número de aplicaciones industriales.

Ecuaciones

Ecuación paramétrica

Si la cicloide se genera mediante una circunferencia de radio **a** que se apoya sobre el eje de abscisas en el origen, su descripción en forma paramétrica viene dada por:

$$\begin{cases} x = a\,(t - \sin t) \\ y = a\,(1 - \cos t) \end{cases}$$

donde t es un parámetro real. Siendo la variable **y** función de la variable **x**, esta cicloide tiene un período de **2a** π , y una altura de **2a**.

Ecuación cartesiana

Si se despeja la variable **t** en la ecuación paramétrica, se obtendrá la forma cartesiana:

$$x = a \arccos\left(1 - \frac{y}{a}\right) - \sqrt{2ay - y^2},$$

donde el único parámetro de forma es el radio **a** de la circunferencia generatriz. Esta fórmula es válida para la variable **y** en el intervalo **[0,2a]**, y proporciona sólo la mitad del primer bucle de la cicloide.

Si se desea emplear el n-ésimo semi-bucle de la cicloide, se puede utilizar la siguiente ecuación:

$$x = a\pi\left[n + 1/2\left[(-1)^n - 1\right]\right] - (-1)^n\left[\arccos\left(1 - \frac{y}{a}\right) - \sqrt{2ay - y^2}\right]$$

Ecuación intrínseca

La ecuación en forma intrínseca es:

$$\rho^2 + s^2 = 16a^2$$

Donde igualmente ρ representa el radio de la curva es la abscisa curvilínea.

Tipos de cicloide

Dependiendo de donde se encuentra P respecto de la circunferencia generatriz, se denomina:

- cicloide acortada, si P se encuentra dentro de la circunferencia generatriz, (b < a),
- cicloide común, si P pertenece a la circunferencia generatriz, (a = b),
- cicloide alargada, si P está fuera de la circunferencia generatriz, (b > a).

Donde la circunferencia tiene radio **a**, y la distancia del centro al punto P es **b**.

Usos

En el diseño de los dientes de los engranajes se han empleado tradicionalmente curvas cicloides (así lo propuso Gérard Desargues en el año 1630) hasta principios del siglo XX. En la actualidad solo se utilizan en mecanismos de relojería, puesto que generalmente se prefiere la evolvente del círculo. En Física se puede ver que un péndulo que tenga por límites una curva cicloide es isócrono y el centro de gravedad del péndulo describe a su vez una cicloide.

Un uso práctico es el diseño de ciertos toboganes. Los hechos con forma de cicloide se utilizaron en la industria aeronaútica, pues se requería una forma apropiada de salir deslizándose desde un avión en caso de emergencia.

Referencias

- *Curvas en la Historia*, Volumen I, José Manuel Álvarez, Ed. Nivola ciencia abierta 12, 2006.
- *A Catalog of Special Plane Curces*, J. Dennis Lawrence, with 98 Ilustrations, Dover Publications, New York. 1972. (Capítulo 7 *Trascendental Curves*).

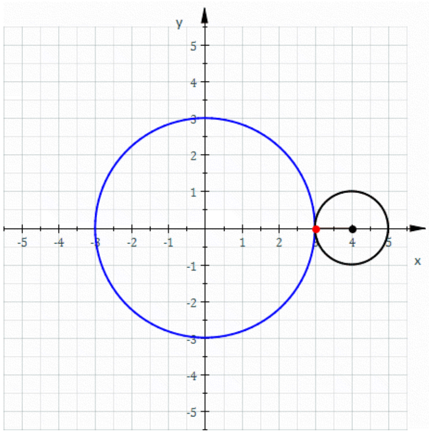
Enlaces externos

- Curvas Técnicas y Cíclicas por Jose Antonio Cuadrado (http://palmera.pntic.mec.es/~jcuadr2/ciclicas/index.html) (15/5/12)
- Weisstein, Eric W. « Cycloid (http://mathworld.wolfram.com/Cycloid.html)» (en inglés). *MathWorld*. Wolfram Research.
- "La garra del león": pormenorizado relato de la resolución de la braquistócrona por Newton (http://axxon.com.ar/rev/127/c-127Divulgacion.htm)
- Cicloides y trocoides, en temasmatematicos (http://temasmatematicos.uniandes.edu.co/Trocoides/paginas/introduccion.htm)

- Cicloides y trocoides, en cfnavarra (http://docentes.educacion.navarra.es/~msadaall/geogebra/trocoides.htm)

Epicicloide

La **epicicloide** es la curva generada por la trayectoria de un punto de una circunferencia que rueda, sin deslizamiento, por el exterior de otra circunferencia directriz. Es un tipo de **ruleta cicloidal**.



La curva roja es una epicicloide trazada a medida que el pequeño círculo (radio r = 1) gira sobre la circunferencia de un círculo mayor (radius R = 3).

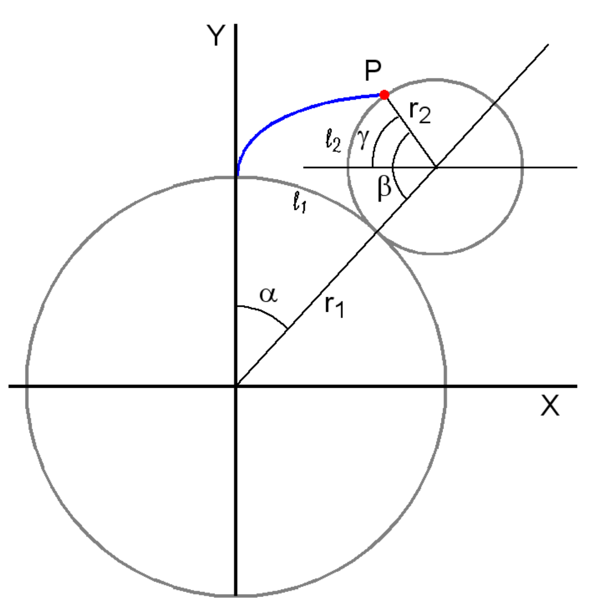
Ecuación

Considerando la figura podemos escribir:

$x = (r_1 + r_2) sen\ \alpha\ \ - r_2\ cos \gamma$

$y = (r_1 + r_2) cos\ \alpha\ \ + r_2\ sen \gamma$

con $\gamma = \alpha + \beta - \pi/2$ y, además, como la circunferencia rueda sin deslizamiento, los arcos l1 y l2 son iguales, i.e: $r_1\ \alpha = l_1 = l_2 = r_2\ \beta$. De aquí se tiene que $\beta = \frac{r_1}{r_2}\alpha$



Sustituyendo β y γ en las ecuaciones [1] y [2] tenemos la ecuación paramétrica de la epicicloide:

$x = (r_1 + r_2) sen\ \alpha\ \ - r_2\ sen\ [\alpha(1 + \frac{r_1}{r_2})]$

$y = (r_1 + r_2) cos\ \alpha\ \ - r_2\ cos\ [\alpha(1 + \frac{r_1}{r_2})]$

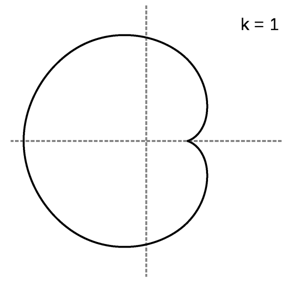
Casos particulares

Cuando $\frac{r_1}{r_2}$ es un número racional, i.e., $k = \frac{r_1}{r_2} = \frac{p}{q}$, siendo p y q números enteros, las epicicloides son curvas algebraicas.

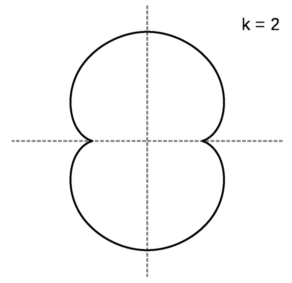
Cuando $r_1 = r_2$, i.e, $k = 1$ obtenemos una cardioide.

Ejemplos

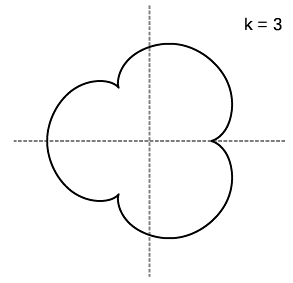
ejemplos de epicicloides



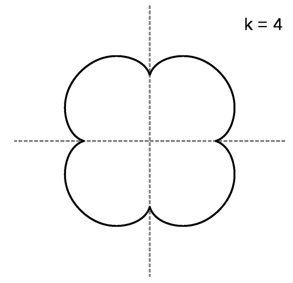
k=1



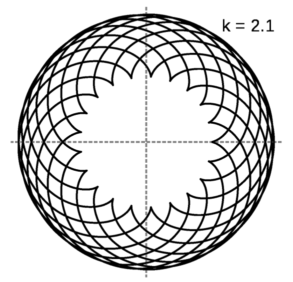
k=2



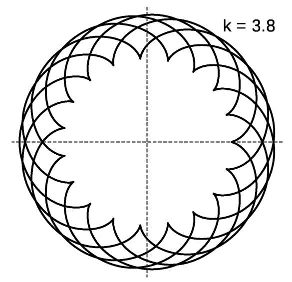
k=3



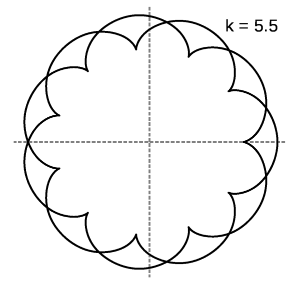
k=4



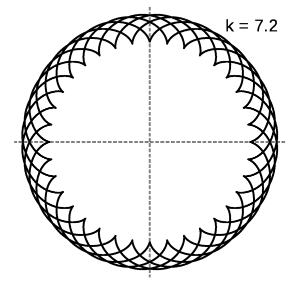
k=2,1=21/10



k=3,8=19/5



k=5,5=11/2



k=7,2=36/5

Referencias en la Web

- Epicicloides, en Descartes [1]
- Epicicloides, en cfnavarra [2]
- Curvas Técnicas, en tododibujo [3]

Referencias

[1] http://contenidos.educarex.es/cnice/descartes/Esp/Geometria/Curvas_en_parametricas/clasica2.htm
[2] http://recursos.pnte.cfnavarra.es/~msadaall/geogebra/figuras/tr5epicicloides.htm

Caracol de Pascal

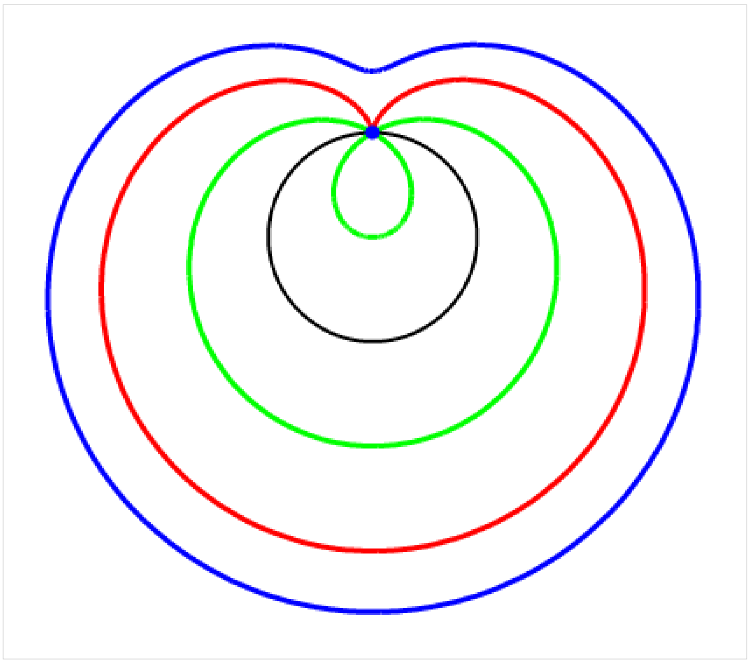
El **caracol** o **"limaçon" de Pascal** es la concoide de una circunferencia que pase por el polo. Es un tipo de epitrocoide.

Por tanto, su ecuación en coordenadas polares es:

$$\rho = 2\ a\ cos\ \omega + h$$

En el caso particular de h=$2{\cdot}a$, se obtiene una cardioide:

$$\rho = 2\ a\ (1 + cos\ \omega)$$



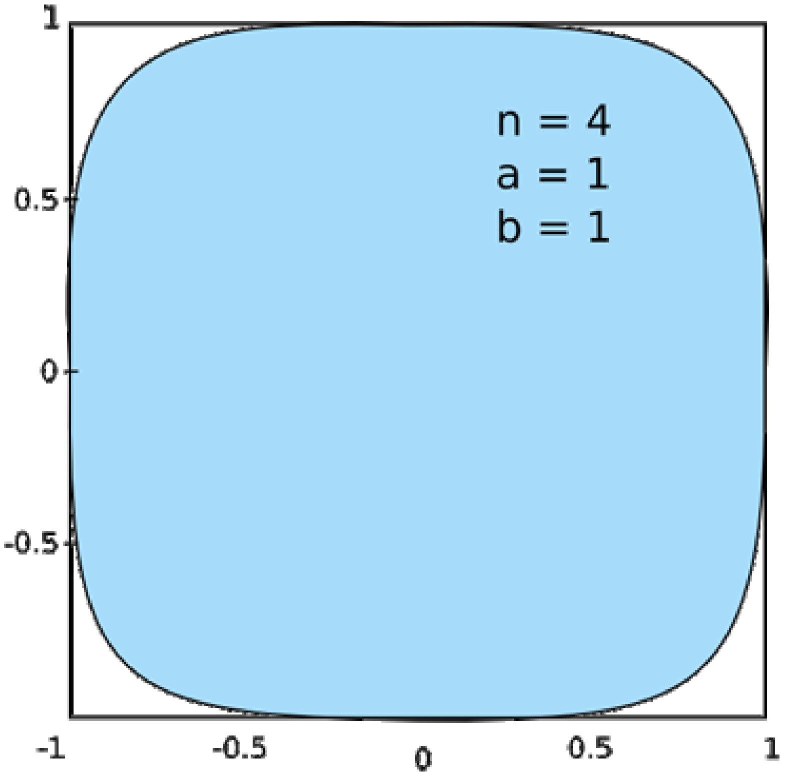
Superelipse

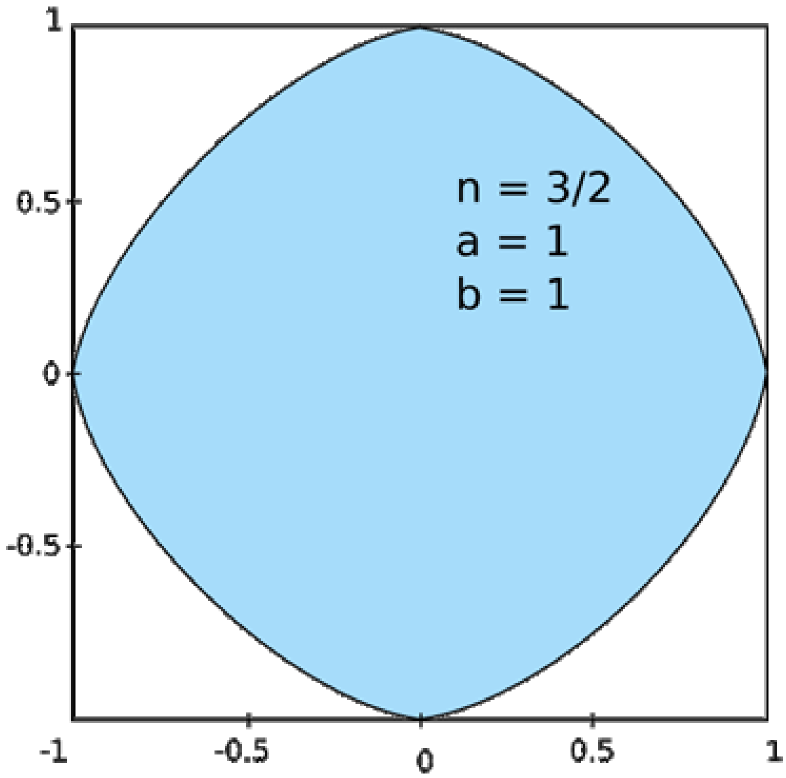
Una **superelipse** (o **curva de Lamé**) es una figura geométrica que en coordenadas cartesianas está descrita por la siguiente ecuación:

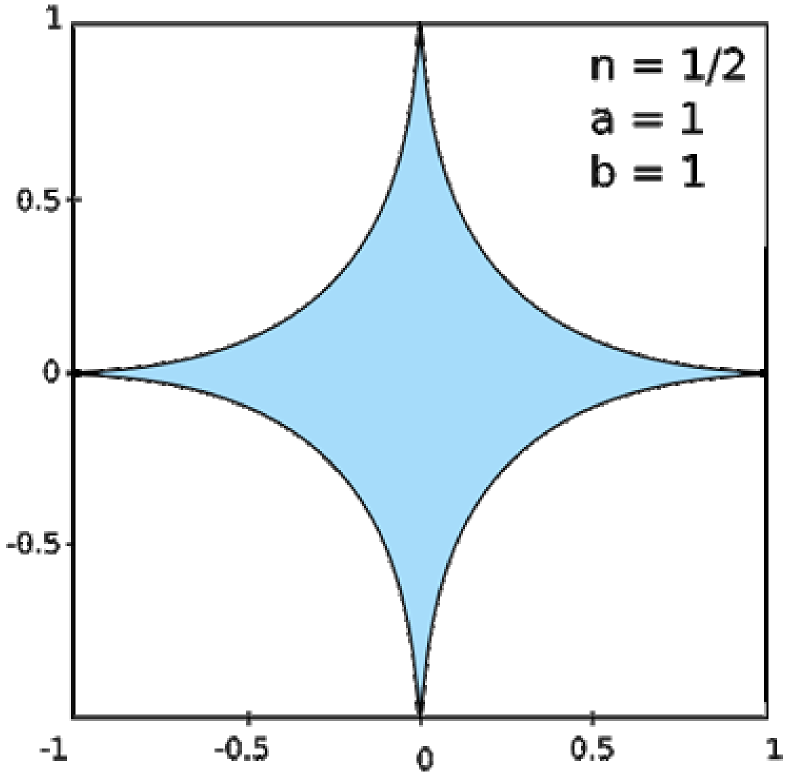
$$\left|\frac{x}{a}\right|^n + \left|\frac{y}{b}\right|^n = 1$$

donde $n > 0$ y a y b son los ejes de la figura. Según el rango de valores de n tenemos los siguientes casos:

- $n = 2$ es la elipse estándar.
- Para n mayor que 2 tenemos **hiperelipses**. En el caso límite de n infinito tenemos un rectángulo.
- Para n menor que 2 tenemos **hipoelipses**.


n = 4
a = 1
b = 1
1
0.5
0
-0.5
-1
-0.5
0
0.5
1


n = 3/2
a = 1
b = 1
1
0.5
0
-0.5
-1
-0.5
0
0.5
1



Las superelipses pueden ser descritas mediante las siguientes ecuaciones paramétricas:

$x(\theta) = \pm a \cos^{2/n}(\theta)$

$y(\theta) = \pm b \sin^{2/n}(\theta)$

$(0 \le \theta < \pi/2)$.

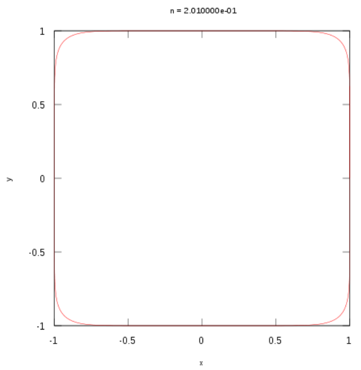
Aunque a menudo se atribuye su invención al poeta y científico danés Piet Hein éste no fue el descubridor de la superelipse. La notación cartesiana proviene del matemático francés Gabriel Lamé que generalizó la ecuación de la elipse.

Piet Hein fue quien popularizó el uso de la superelipse en arquitectura, diseño urbano y muebles, y el inventor del *super-huevo* o *super-elipsoide* partiendo de la superelipse:

$$\left|\frac{x}{4}\right|^{2.5} + \left|\frac{y}{3}\right|^{2.5} = 1$$

y girándola sobre el eje x. Al contrario que el elipsoide regular, el super-elipsoide es estable si se coloca sobre una superficie plana.

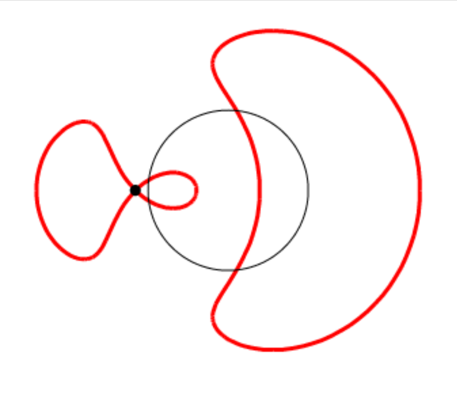
Animación



Animación.

Concoide

Se llama **concoide** a una cisoide cuya segunda curva es una circunferencia centrada en el origen.



Si *a* es el radio de esta circunferencia, la concoide de una curva $\varrho=\varrho_1(\theta)$ tiene, en coordenadas polares, las expresiones:

$$\rho = \rho_1(\theta) + a$$
$$\rho = \rho_1(\theta) - a$$

Cisoide

Se llama **cisoide** a la curva generada por la suma de los vectores posición de dos curvas dadas.

Sean C_1 y C_2 dos curvas definidas por las siguientes ecuaciones en coordenadas polares:

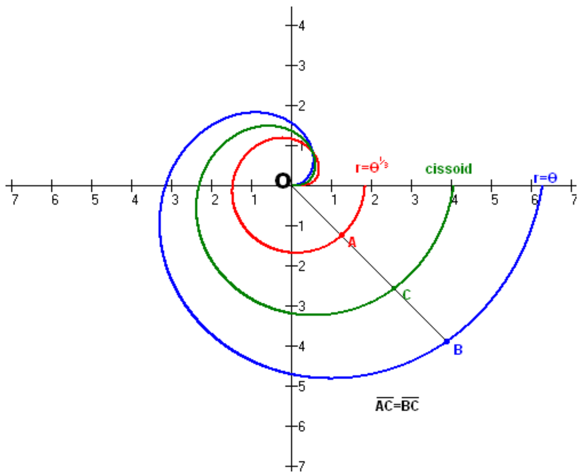
$$\rho = \rho_1(\theta) \text{ y } \rho = \rho_2(\theta)$$

Entonces, C_1 y C_2 generan las tres cisoides de ecuaciones:

$$\rho = \rho_1(\theta) + \rho_2(\theta)$$

$$\rho = \rho_1(\theta) - \rho_2(\theta)$$

$$\rho = \frac{\rho_1(\theta) + \rho_2(\theta)}{2}$$



Ejemplo de cisoide media.

Enlaces externos

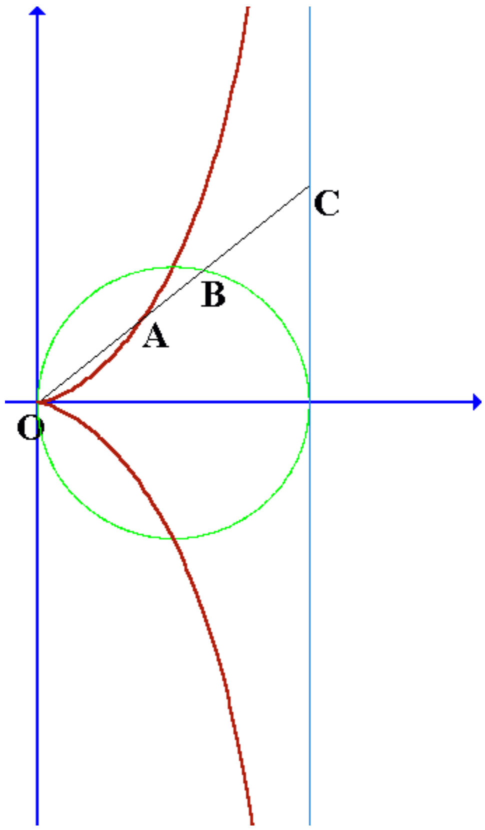
- Curvas en 2D [1]
- Ferréol, Robert; Mandonnet, Jacques, «Cissoïdales de Zahradnik [2]» (en francés), *Encyclopédie des formes mathématiques remarquables*.
- Ferréol, Robert; Mandonnet, Jacques, «Courbe Cissoïdale [3]» (en francés), *Encyclopédie des formes mathématiques remarquables*.
- Weisstein, Eric W. «Cisoide [4]» (en inglés). *MathWorld*. Wolfram Research.

Referencias

[1] http://2dcurves.com/derived/cissoid.html
[2] http://www.mathcurve.com/courbes2d/cissoidaledezahradnik/cissoidaledezahradnik.shtml
[3] http://www.mathcurve.com/courbes2d/cissoidale/cissoidale.shtml
[4] http://mathworld.wolfram.com/Cissoid.html

Cisoide de Diocles

La **cisoide de Diocles** es la cisoide generada por el vector posición de una recta paralela al eje OY (Curva 1), que pasa por el punto (2a,0), al que se le resta el radio vector de una circunferencia de radio a y centro en (0,a) (Curva 2).



Cisoide de Diocles (línea roja). El segmento OA es igual a OC menos OB.

Su ecuación, en coordenadas polares es:

$$\rho = \rho_1 - \rho_2 = \frac{2a}{\cos\omega} - 2a\,\cos\omega = 2a\frac{\operatorname{sen}^2\omega}{\cos\omega}$$

Y en cartesianas:

$$y^2 = \frac{x^3}{2a - x}$$

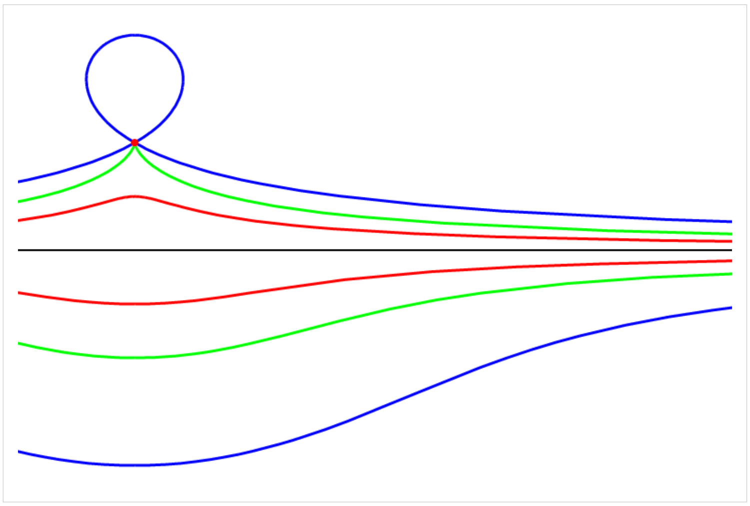
Referencias

- Mataix Lorda, Mariano (1986). « La duplicación del cubo. La cisoide de Diocles (http://books.google.es/books?id=e6X-2Ir_FHIC&pg=PA85&lpg=PA85&dq=cisoide+diocles&source=bl&ots=SFSkja5S-H&sig=0tZVGnbbZN7m2GZH6x8YPRN4A8Y&hl=es&ei=7vu1SvDrMpqH4gbd3LHRDg&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=9#v=onepage&q=cisoide diocles&f=false)». *Historias de matemáticos y algunos problemas*. Marcombo. pp. 85-88. ISBN 8426706118.

Enlaces externos

- Weisstein, Eric W. « Cisoide de Diocles (http://mathworld.wolfram.com/CissoidofDiocles.html)» (en inglés). *MathWorld*. Wolfram Research.
- "Cissoid of Diocles" en Visual Dictionary Of Special Plane Curves (http://xahlee.org/SpecialPlaneCurves_dir/CissoidOfDiocles_dir/cissoidOfDiocles.html) (en inglés)
- "Cissoid of Diocles" at MacTutor's Famous Curves Index (http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Curves/Cissoid.html) (en francés)
- "Cissoid" en 2dcurves.com (http://www.2dcurves.com/cubic/cubicc.html) (en inglés)
- "Cissoïde de Dioclès ou Cissoïde Droite" en Encyclopédie des Formes Mathématiques Remarquables (http://www.mathcurve.com/courbes2d/cissoiddroite/cissoiddroite.shtml) (en francés)
- "The Cissoid" *An elementary treatise on cubic and quartic curves* Alfred Barnard Basset (1901) Cambridge pp. 85ff (http://books.google.com/books?id=yUxtAAAAMAAJ&pg=PA85) (en inglés)

Concoide de Nicomedes



La **concoide de Nicomedes** es la concoide de la recta, llamada "base".

Se pondrá la base perpendicular al eje polar, a una distancia *b* del polo y el radio de la circunferencia será *h*. Entonces, la ecuación de la concoide de Nicomedes es

$$\rho = \frac{b}{cos\ \omega} + h$$

que, en coordenadas cartesianas, queda:

$$(x-b)^2(x^2+y^2) = h^2x^2$$

Fuentes y contribuyentes del artículo

Hipocicloide *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=64998136 *Contribuyentes*: Davius, Diegusjaimes, Eduardosalg, JMCC1, Javicivil, Klystrode, Manwë, Martin Rizzo, THINK TANK, 25 ediciones anónimas

Astroide *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=64610178 *Contribuyentes*: Banfield, Deusté22, Francisco Albani, JMCC1, Magister Mathematicae, Netito777, Nicop, THINK TANK, Varano, 2 ediciones anónimas

Ruleta (geometría) *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=64685820 *Contribuyentes*: JMCC1, Jerowiki, Juan Mayordomo, Karshan, Klystrode, Martin Rizzo, Matdrodes, 6 ediciones anónimas

Trocoide *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=64648732 *Contribuyentes*: HermanHn, JMCC1, Juan Mayordomo

Epitrocoide *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=65154957 *Contribuyentes*: 3coma14, JMCC1, Juan Mayordomo, Karshan, 1 ediciones anónimas

Hipotrocoide *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=65206722 *Contribuyentes*: CristianMartinezCol, JMCC1, Juan Mayordomo, 7 ediciones anónimas

Cicloide *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=65421903 *Contribuyentes*: Allforrous, Bernardo Bolaños, Eamezaga, Ecemaml, El paseista, Emiduronte, FAR, Fsd141, Goofulus, Götz, Ingenioso Hidalgo, JMCC1, Jcuadra2, Jkbw, Jorge 2701, Juan Mayordomo, Klystrode, Pacomeflo, PenumbraDigital, Por la verdad, Tamorlan, Tano4595, Technopat, Waka Waka, 50 ediciones anónimas

Epicicloide *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=64998083 *Contribuyentes*: Ctrl Z, Eduardosalg, Gengiskanhg, GermanX, Idiotasan, JMCC1, Jkbw, Jtico, Klystrode, Lsg, Martin Rizzo, Netito777, Puzzlopia, 14 ediciones anónimas

Caracol de Pascal *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=64858966 *Contribuyentes*: GermanX, Klystrode, Tano4595, Will vm, 2 ediciones anónimas

Superelipse *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=64524742 *Contribuyentes*: Akilaa, Cdlfd, Especiales, GermanX, Gusbelluwiki, Pececito, Pieter, THINK TANK

Concoide *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=64997981 *Contribuyentes*: Guille, Klystrode, Tano4595

Cisoide *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=64973169 *Contribuyentes*: Echani, Götz, Juan Mayordomo, Klystrode, Tano4595

Cisoide de Diocles *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=64973175 *Contribuyentes*: Echani, GermanX, Götz, HB, Klystrode, Ramses.rodriguez.martinez, Tano4595, 2 ediciones anónimas

Concoide de Nicomedes *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=64998010 *Contribuyentes*: Juan Mayordomo, Klystrode, Tano4595

Fuentes de imagen, Licencias y contribuyentes

Image:Hypocycloid-01.gif *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Hypocycloid-01.gif *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Darapti, Doctormatt, Donarreiskoffer, Florn88, Kri

Image:Hypocycloid-3.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Hypocycloid-3.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Image:Hypocycloid-4.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Hypocycloid-4.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth, 1 ediciones anónimas

Image:Hypocycloid-5.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Hypocycloid-5.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Image:Hypocycloid-6.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Hypocycloid-6.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Image:Hypocycloid-2-1.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Hypocycloid-2-1.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Image:Hypocycloid-3-8.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Hypocycloid-3-8.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Image:Hypocycloid-5-5.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Hypocycloid-5-5.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Image:Hypocycloid-7-2.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Hypocycloid-7-2.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Archivo:Astroid.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Astroid.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Btyner, Christian1985, Darapti, Joelholdsworth, Martin H.

Archivo:HypotrochoidOn4.gif *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:HypotrochoidOn4.gif *Licencia*: Public domain *Contribuyentes*: en:w:User:Sam Derbyshire

Archivo:Lame anima.gif *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Lame_anima.gif *Licencia*: Creative Commons Attribution-Sharealike 3.0 *Contribuyentes*: Tiago Charters de Azevedo

imagen:CycloidAnim04.gif *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:CycloidAnim04.gif *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Matthew Conroy

Archivo:EpitrochoidIn3.gif *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:EpitrochoidIn3.gif *Licencia*: GNU Free Documentation License *Contribuyentes*: Sam Derbyshire at en.wikipedia

Archivo:HypotrochoidOutThreeFifths.gif *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:HypotrochoidOutThreeFifths.gif *Licencia*: GNU Free Documentation License *Contribuyentes*: User:Sam Derbyshire @ en.wiki

Archivo:Ellipse as hypotrochoid.gif *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Ellipse_as_hypotrochoid.gif *Licencia*: GNU Free Documentation License *Contribuyentes*: Dino

Archivo:Cycloid animated.gif *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Cycloid_animated.gif *Licencia*: GNU Free Documentation License *Contribuyentes*: Anarkman, Kri, Siebrand, 1 ediciones anónimas

Archivo:EpitrochoidOn3-generation.gif *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:EpitrochoidOn3-generation.gif *Licencia*: GNU Free Documentation License *Contribuyentes*: Sam Derbyshire

Archivo:Epicicloide.png *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Epicicloide.png *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Antonio Pedreira

Image:Epicycloid-1.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Epicycloid-1.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth, Pieter Kuiper

Image:Epicycloid-2.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Epicycloid-2.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Image:Epicycloid-3.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Epicycloid-3.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Image:Epicycloid-4.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Epicycloid-4.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Image:Epicycloid-2-1.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Epicycloid-2-1.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Image:Epicycloid-3-8.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Epicycloid-3-8.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Image:Epicycloid-5-5.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Epicycloid-5-5.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Image:Epicycloid-7-2.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Epicycloid-7-2.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Joelholdsworth

Archivo:Pascal limaçons.png *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Pascal_limaçons.png *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Tosha

Archivo:Superellipse chamfered square.png *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Superellipse_chamfered_square.png *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Darapti, Krishnavedala, LucasVB

Archivo:Superellipse rounded diamond.png *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Superellipse_rounded_diamond.png *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Darapti, Krishnavedala, LucasVB

Archivo:Superellipse star.png *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Superellipse_star.png *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Darapti, Krishnavedala, LucasVB

Archivo:Conchoid of circle.png *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Conchoid_of_circle.png *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Tosha, 1 ediciones anónimas

Archivo:Cissoid1.png *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Cissoid1.png *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Maksim, 1 ediciones anónimas

Archivo:Cissoid of Diocles.png *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Cissoid_of_Diocles.png *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Lzur, Pbroks13, Tano4595, 1 ediciones anónimas

Archivo:Conchoid of Nicomedes.png *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Conchoid_of_Nicomedes.png *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Tosha, 1 ediciones anónimas

Licencia